2009-04-01

Hammerstein システムに対する安定性が保証された適応制御系の設計法

Design Method of Adaptive Conrol Systems Guaranteed Stability for Hammerstein Systems

80815400 大野知宏 (Tomohiro Ohno) Supervisor: 大森浩充 (Hiromitsu Ohmori)

1 緒論

従来，高出力増幅器の非線形歪補償や能動騒音制御といったモデル規範形適応制御系 (MRACS) では Filtered-x 法と呼ばれる適応アルゴリズムが用いられてきたが，安定性が保証されないことや事前に経路特性の情報が必要であるという二つの構造的な欠点が存在した．これらは経路の変動に対してシステムが不安定になる原因となり，実システムへの応用を考えた場合に大きな問題となっていた．これら二つの問題それぞれを解決する手法は過去にさまざま提案されてきたが二つ同時に解決する手法は提案されていなかった．

2002 年に河野，太田，佐野らによって提案された仮想誤差法 [1] は経路変動に対して安定であり，経路特性の事前情報や経路の同定を必要としないという過去に解決されなかった問題を同時に解決する有用性の高い手法である．

本論文は従来は主に線形システムでの研究がなされてきた仮想誤差法を非線形システムへ拡張し，非線形 Filtered-x 法や非線形拡張誤差法との比較を通してその優位性を明らかにすることが目的である．また，提案法の安定性について理論的な議論も行っている．加えて，論文後半にはプラントノイズを考慮した，フィードバック経路のある適応制御系を提案する．過去の適応アルゴリズムの研究において無視されてきたプラントノイズを考慮することにより実システムへの応用がなされやすくなっている．

2 Hammerstein モデル

本論文では非線形モデルとして Hammerstein モデル (図 1) を用いる．Hammerstein モデルは動的線形部の前段に静的非線形部を配置する構成であり，パラメータに関して線形なモデルとして表現できるという特徴がある．

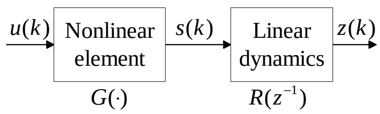


図 1: Hammerstein モデル

動的線形部および静的非線形部を次のようにあらわす．

$$s(k) = G(u(k)) = \sum_{q=1}^{Q} g_q |u(k)|^{q-1} u(k)$$

$$z(k) = R(z^{-1}) = \sum_{m=1}^{M} r_m s(k-m) = \sum_{m=1}^{M} r_m z^{-m} s(k)$$

ここで $h_{qm} = r_m g_q$ と定義すると線形部と非線形部のパラメータをまとめることができる．

$$\begin{aligned} z(k) &= \sum_{m=1}^{M}\sum_{q=1}^{Q} h_{qm}|u(k-m)|^{q-1}u(k-m) \\ &= \mathbf{h}^T \mathbf{u}(k) \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^T &= [\, h_{11}, h_{21}, \cdots, h_{Q1}, h_{12}, h_{22}, \cdots, h_{Q2}, \\ &\qquad \cdots, h_{1M}, h_{2M}, \cdots, h_{QM} \,] \\ \mathbf{r}(k) &= [\, r(k-1), |r(k-1)|r(k-1), \\ &\quad \cdots, |r(k-1)|^{Q-1}r(k-1), r(k-2), |r(k-2)|r(k-2), \\ &\quad \cdots, |r(k-2)|^{Q-1}r(k-2), \cdots, r(k-M), \\ &\quad |r(k-M)|r(k-M), \cdots, |r(k-M)|^{Q-1}r(k-M) \,]^T \end{aligned}$$

式 (1) より Hammerstein モデルがパラメータに関して線形であることがわかる．このため Hammerstein モデルは他の非線形モデルと比べても扱いやすいモデルであり，制御系設計に向いている．

3 モデル規範形適応制御系 (MRACS)

規範モデル (一次経路) からの出力とプラント (二次経路) からの出力を一致させるようにコントローラを適応調整する制御系をモデル規範形適応制御系という (図 2)．高出力増幅器の非線形歪補償や能動騒音制御がこの制御系で表現できる．本論文では一次経路 ($G(z^{-1})[\cdot]$)，二次経路 ($H(z^{-1})[\cdot]$)，コントローラ ($\hat{C}(k, z^{-1})[\cdot]$) を非線形システムとし Hammerstein モデルで表現した時のパラメータ調整法を提案する．

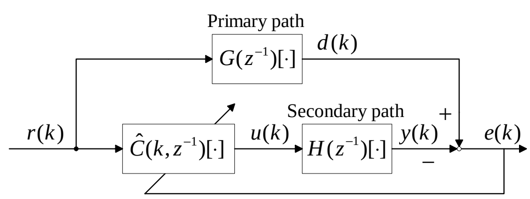


図 2: モデル規範形適応制御系

4 提案法

4.1 アルゴリズム

提案法である非線形仮想誤差法をブロック線図にすると図 3 のようになる．↗という記号がついた $\hat{G}(k, z^{-1})[\cdot]$，$\hat{H}(k, z^{-1})[\cdot]$，$\hat{C}(k, z^{-1})[\cdot]$ を仮想誤差 $\hat{e}_A(k)$，$\hat{e}_B(k)$ を用いて逐次調整する．調整には Least Mean Square(LMS) を用いる．LMS でのパラメータの調整量は誤差の瞬時二乗誤差の勾配から求める．Hammerstein モデル (式 (1)) を用いてキャンセリング誤差 $e(k)$，仮想誤差 $\hat{e}_A(k)$，仮想誤差 $\hat{e}_B(k)$ を表現すると式 (2)-(4) のようになる．

$$e(k) = \mathbf{g}^T\mathbf{r}(k) - \mathbf{h}^T\mathbf{u}(k) \tag{2}$$

$$\hat{e}_A(k) = e(k) + \hat{\mathbf{h}}^T(k)\mathbf{u}(k) - \hat{\mathbf{g}}^T(k)\mathbf{r}(k) \tag{3}$$

$$\hat{e}_B(k) = \hat{\mathbf{g}}^T(k)\mathbf{r}(k) - \hat{\mathbf{c}}^T(k)\hat{\mathbf{r}}_F(k) \tag{4}$$

ただし，図 3 の $\hat{F}(\hat{c}, \hat{h}, k, z^{-1})[\cdot]$ は Hammerstein モデルではなく次の演算である．

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{r}}_F(k) &= \hat{F}(\hat{c}, \hat{h}, k, z^{-1})[\mathbf{r}(k)] \\ &= \sum_{m_2=1}^{M_2}\sum_{q_2=1}^{Q_2} \hat{h}_{q_2m_2}(k)|\hat{\mathbf{c}}^T(k-m_2)\mathbf{r}(k-m_2)|^{q_2-1}\mathbf{r}(k-m_2) \end{aligned}$$

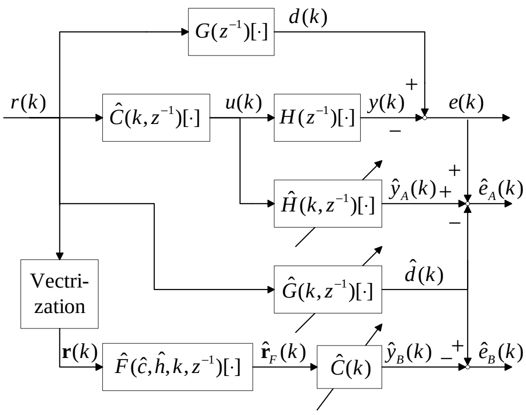


図 3: 非線形仮想誤差法 (提案法)

4.2 仮想誤差法の性質

仮想誤差法はアルゴリズム中にキャンセリング誤差 $e(k)$ を陽に用いずに適応フィルタを調整し，$e(k) \to 0$ を達成するアルゴリズムである．それは次のことからわかる．

仮想誤差 $\hat{e}_A(k)$ と $\hat{e}_B(k)$ の和に注目すると次のようになる．

$$\begin{aligned}\hat{e}_A(k) + \hat{e}_B(k) &= e(k) + \hat{\mathbf{h}}^T(k)\mathbf{u}(k) - \hat{\mathbf{c}}^T(k)\hat{\mathbf{r}}_F(k) \\ &= e(k) + \hat{y}_A(k) - \hat{y}_B(k)\end{aligned}$$

つまり適応フィルタを調整し $k \to \infty$ で $\hat{e}_A(k), \hat{e}_B(k) \to 0$ を達成すれば式 (5) を満たすという条件の下で $e(k) \to 0$ となる．

$$\hat{y}_A(k) = \hat{y}_B(k) \qquad (k \to \infty) \tag{5}$$

次に，式 (5) が満たされることを証明する．ここでは議論を簡単にするために非線形次数を $Q = 2$，最大メモリを $M = 1$ として証明を行うが一般の場合についても同様にして示すことができる．$\hat{y}_A(k)$ は

$$\begin{aligned}\hat{y}_A(k) = \hat{h}_{11}(k)z^{-1}\Big\{&\hat{c}_{11}(k)r(k-1) + \hat{c}_{21}(k)\left|r(k-1)\right|r(k-1)\Big\} \\ +\hat{h}_{21}(k)z^{-1}&\Big|\hat{c}_{11}(k)r(n-1) + \hat{c}_{21}(k)\left|r(k-1)\right|r(k-1)\Big| \\ &\cdot\Big\{\hat{c}_{11}(k)r(k-1) + \hat{c}_{21}(k)\left|r(k-1)\right|2r(k-1)\Big\}\end{aligned}$$

と表現できる．一方，$\hat{y}_B(k)$ は

$$\begin{aligned}\hat{y}_B(k) &= \hat{c}_{11}(k)\Big\{\hat{h}_{11}(k)z^{-1}r(k-1) \\ &+\hat{h}_{21}(k)z^{-1}\Big|\hat{c}_{11}(k)r(k-1) + \hat{c}_{21}(k)\left|r(k-1)\right|r(k-1)\Big|r(k-1)\Big\} \\ &+\hat{c}_{21}(k)\Big\{\hat{h}_{11}(k)z^{-1}\left|r(k-1)\right|r(k-1) \\ &+\hat{h}_{21}(k)z^{-1}\Big|\hat{c}_{11}(k)r(n-1) + \hat{c}_{21}(k)\left|r(k-1)\right|r(k-1)\Big| \\ &\qquad\qquad \left|r(k-1)\right|r(k-1)\Big\}\end{aligned}$$

である．もし，仮想誤差 $\hat{e}_A(k)$ と $\hat{e}_B(k)$ が 0 になるように適応フィルタを調整し，適応フィルタのパラメータが一定値に収束すれば

$$\bar{c}_{qm}z^{-1}x(k) = z^{-1}\bar{c}_{qm}x(k) \tag{6}$$

$$\bar{h}_{qm}z^{-1}x(k) = z^{-1}\bar{h}_{qm}x(k) \tag{7}$$

となり，この式 (6)，(7) を上述の $\hat{y}_A(k)$，$\hat{y}_B(k)$ に用いることで式 (5) が満たされることがわかる．$\bar{c}_{qm}$ と $\bar{h}_{qm}$ はそれぞれ $\hat{c}_{qm}(k)$ と $\hat{h}_{qm}(k)$ の収束値である．

4.3 Least Mean Square

提案法の適応アルゴリズムに用いる仮想誤差システムは式 (3)，(4) より

$$\begin{bmatrix}\hat{e}_A(k) \\ \hat{e}_B(k)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}e(k) \\ 0\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\mathbf{r}(k) & -\mathbf{r}(k) \\ -\mathbf{u}(k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{r}}_F(k)\end{bmatrix}^T \begin{bmatrix}\hat{\mathbf{g}}(k) \\ \hat{\mathbf{h}}(k) \\ \hat{\mathbf{c}}(k)\end{bmatrix}$$

である．これを次のようにそれぞれ記号に置き換える．

$$\hat{\mathbf{e}}_{AB}(k) = \mathbf{e}(k) - \mathbf{R}^T(k)\hat{\theta}(k)$$

非線形仮想誤差法のパラメータ調整則は

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \Gamma\mathbf{R}(k)\hat{\mathbf{e}}_{AB}(k), \qquad \Gamma = \Gamma^T > 0$$

である．一方，提案法との比較のために取り上げる非線形 Filtered-x 法のパラメータ調整則は

$$\hat{\mathbf{c}}(k+1) = \hat{\mathbf{c}}(k) + \mu e(k)\hat{\mathbf{r}}_F(k), \qquad \mu > 0$$

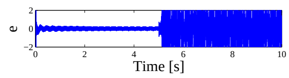
である．シミュレーションにおいては提案法，従来法ともに回帰ベクトルについて正規化を行い，さらにロバスト適応側を用いている．

5 数値シミュレーション

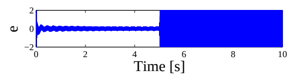
能動騒音制御を想定したシミュレーションを行い提案法と従来法を比較する．安定性についての比較を行うためにシミュレーション開始 5 秒で二次経路の遅延を変動させた．

シミュレーション条件

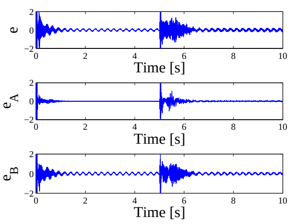
- Hammerstein モデルのパラメータ
  一次経路：$Q_1 = 5$，$M_1 = 3$，遅延 10
  二次経路：$Q_2 = 5$，$M_2 = 3$，遅延 10
  コントローラ：$Q_3 = 5$，$M_3 = 5$，遅延 10
- 入力信号 $r(k)$
  正弦波：周波数 = 800Hz，振幅 = 0.8，サンプリング周期 = 1kHz
- 二次経路変動
  シミュレーション開始 5 秒で二次経路の遅延を変える．



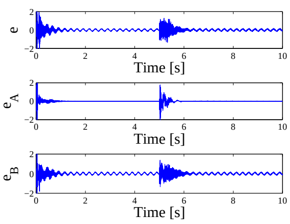
(a) 二次経路の遅延 $10 \to 9$：非線形 Filtered-x 法



(c) 二次経路の遅延 $10 \to 11$：非線形 Filtered-x 法



(b) 二次経路の遅延 $10 \to 9$：非線形仮想誤差法



(d) 二次経路の遅延 $10 \to 11$：非線形仮想誤差法

図 4: 安定性の比較

6 結論

従来より適応フィードフォワードでは安定性が保証されず，経路の事前情報が必要なアルゴリズムが主に研究されてきたが，本論文で達成した，仮想誤差法の非線形への拡張と，その性能を明らかにしたことはこれまで適応フィードフォワードがもっていた問題点を解決することに繋がる．また，この仮想誤差法に基づいた 2 自由度適応制御系の提案は従来より前提としていたプラントノイズがないという強い条件を取り外すこととなり，実システムの環境により近い議論を行うことができるようになった．

参考文献

[1] T. Kouno, Y. Ohta, A. Sano, "Adaptive Active Noinse Control Algorithm without Explicit Identification of Secondary Path Dynamics," The Transactions of the Institute of Electronics, Information and Communication Engineers, A J86-A(1) pp.9-18, 2003.